

EXÁMENES SEMANALES (CÁLCULO INTEGRAL)

Dr. Cruz González Juan Carlos

Semestre Enero-Julio 2025

Índice

1	ET I	1
2	ET II	2
3	ET III	3
4	ET IV	4
5	ET V	5
6	ET VI	6
7	ET VII	7
8	ET VIII	8
9	ET IX	9
10	ET X	10



1. ET I

Las instrucciones se dan en clase, pero básicamente guardar silencio, no copiar a su compañero de al lado, no calculadores, solo lápiz, goma, sacapuntas, lapicero y ya.

1. Consideré los siguientes conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - 9x = 0\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{6}x^2 - 5x + \sqrt{6} = 0\}$
Encuentra $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ y $B - A$.

2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \sqrt{2}x + \pi$. Calcular $\sum_{i=1}^n f(i)$.

3. Calcular $\sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{2i+1}{2}\pi\right)$



2. ET II

Las instrucciones se dan en clase, pero básicamente guardar silencio, no copiar a su compañero de al lado, no calculadores, solo lápiz, goma, sacapuntas, lapicero y ya.

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dado por $f(x) = x(\sqrt{6}x^2 - 5x + \sqrt{6})$. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \frac{f(j)}{n^3}$$



3. ET III

Las instrucciones se dan en clase, pero básicamente guardar silencio, no copiar a su compañero de al lado, no calculadores, solo lápiz, goma, sacapuntas, lapicero y ya.

1. Calcula el área de la región acotada por la curva $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $\gamma(x) = x^3 - x + 1$, el eje X y por las rectas $x = -1$, $x = 1$.
2. Calcula el área de la región $R = \{(x, y) : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq |x^2 - 4|\}$



4. ET IV

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Aplique las propiedades de la integral y el hecho de que $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$ y $\int_{-1}^1 x dx = 0$ para calcular:

$$\frac{3}{4} \int_0^1 4x dx - \int_0^{-1} 3x dx + \frac{1}{2} \int_{-1}^0 6x^2 dx - \int_1^0 3x^2 dx.$$

2. Considere f una función INTEGRABLE en el intervalo $[-2, 1]$ cualesquiera. Calcule

$$\int_{-1}^0 f(x) dx - \int_1^0 f(x) dx + \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-2}^1 f(x) dx$$

3. Exprese como una sola integral la suma:

$$\int_{-3}^{-2} (x^2 - 4) dx + \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx$$



5. ET V

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

Para este ET, considerar las funciones: $\delta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $\delta(x) = x + 1$ y $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $\sigma(x) = x^2$. Resuelve las siguientes:

1. Encuentra la regla de correspondencia $\sigma \circ \delta(x) =$

2. Usando la definición intuitiva de integral (limites) calcular $\int_{-1}^1 \sigma \circ \delta(x) dx =$

3. Encuentre $c \in [-1, 1]$ tal que $2\sigma \circ \delta(c) = \int_{-1}^1 \sigma \circ \delta(x) dx$.



6. ET VI

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

Para este ET, considerar las funciones: $\delta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $\delta(x) = x + 1$ y $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $\sigma(x) = x^2$. Resuelve las siguientes:

1. Calcule $\int \frac{\cos(x)}{1+\cos(x)} dx$
2. Calcular $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\sin(x) - \cos(x)| dx$
3. Calcular $\frac{d}{dx} \left[\int_1^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dt} \int_0^t \frac{ds}{1+s^2} \right) dt \right]$.



7. ET VII

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Calcular $\int \sqrt{\frac{1-x^2}{x^3}} dx$
2. Calcular $\int x \tan^3(x^2) dx$



8. ET VIII

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Calcule $\int \frac{\text{sen}^5(x)}{\sqrt{\cos(x)}} dx$

2. Calcular $\int \frac{1}{x^3\sqrt{x^2-9}} dx$



9. ET IX

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Determinar el área de la región R delimitada por la curva dada por $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \ln(x)$ y el eje X .
2. Considere la región R delimitada por $x = -y^2 + y + 2$, $x = 0$.
 - a. Bosqueje la gráfica de cada curva.
 - b. Determine el área de R .



10. ET X

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Si S es el sólido de revolución generado al girar alrededor del eje X la región R delimitada por $y = x^2$ y $y = 4 - x^4$.
2. El sólido que se muestra fue generado al rotar alrededor del eje X la región R , delimitadas por las curvas $y = 0$; $f(x) = 3 \operatorname{sen}(x)$ con $0 < x < \pi$. Calcular el volumen.