EXÁMENES PARCIALES Y EXAMEN GLOBAL
(Cálculo Integral)

Dr. Cruz González Juan Carlos

Semestre Enero-Julio 2025

Índice

Nombre: ______________________________

Matricula: ____________

Grupo: ______

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

Resuelva las siguientes

1. Sean $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ funciones integrables en $[a, b]$ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Muestre que
$$\int_a^b f(x) + \alpha g(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \alpha \int_a^b g(x) dx$$
2. Sean $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ funciones integrables en $[a, b]$. Si $f(x) \leq g(x)$ en $[a, b]$, muestre que
$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$
3. Enuncie y muestre la veracidad del teorema del valor medio.
4. Usando la definición de integral, calcule la siguiente integral
$$\int_{-1}^1 x^2 + |x| + 1 dx$$
5. Encuentre $c \in [-1, 1]$ tal que $2c^2 + 2|c| + 2$ es igual a la integral anterior.
6. Calcule $\displaystyle\int_0^1 \frac{d}{dx} \sin^3 \left(\left(\cos^4 \left(x^{100} \right) \right) \frac{\pi}{2} \right) dx$

Nombre: ____

Matricula: ____________

Grupo: ______

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

Usando los metodos de integración vistos en clase: Cambio de variable, integración por partes, sustitución trigonometrica y fracciones parciales, junto con el teorema fundamental del calculo revuelva las siguientes integrales.

1. $\displaystyle\int (1+\tan^2(x))dx$
2. $\displaystyle\int \frac{1}{x(x^2-9)^{\frac{3}{2}}}dx$
3. $\displaystyle\int \frac{7x-1}{x^2-x-6}dx$
4. $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2+x^3}}dx$
5. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}^5(x)}{\sqrt{\cos(x)}}dx$

Nombre: ____

Matricula: ____________

Grupo: ______

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Dertermine el área de la región R delimitada por la curva $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y el eje X.

2. Considere las siguientes curvas; $y = x - 1, x = 3 - y^3$ y la región R entre ambas. Realice lo siguiente:

   (1) Bosqueje la gráfica de cada curva.

   (2) Encontrar los puntos de intersección, si los hay.

   (3) Determinar el área de la región R.

3. Mostrar que el volumen de la esfera de radio r es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

4. Determine el volumen del sólido de revolución S generado al girar la región R al rededor del eje Y, donde la la región R es la que se ecuentra entre $x = \sqrt{y}$, $x = 0$, $y = 4$.

5. Determine el volumen del sólido de revolución S generado al girar la región R alrededor del eje X, donde la region R está entre $y = x^3$, $x = 2$, $y = 0$.

Nombre: ____

Matricula: ______________

Grupo: _______

Todo debe estar bien ordenado y todas las operaciones que hagan deben anotarlas en sus soluciones. Se calificará procedimiento y resultado, en caso de no cumplir con el procedimiento será motivo de anulación del ejercicio.

1. Usando la definición intuitiva de integral (sumas de Riemann con particiones regulares) calcule la siguiente integral:
$$\int_{-\pi}^{\pi} x dx$$
2. Calcule la integral definida:
$$\int_{0}^{\pi} \frac{\cos(x)}{\sqrt{4+3\operatorname{sen}(x)}} dx$$
3. Calcular $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+3x-10} dx$.
4. Calcular $\displaystyle\int [\operatorname{sen}(2x)-\cos(2x)]^2 dx$.
5. Calcular $\displaystyle\int \ln(x) dx$.
6. Calcular $\displaystyle\int x^2\sqrt{x^3+4} dx$.
7. Calcular $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9}} dx$
8. Encuentre el área de la región acotada por la recta $y=-x+3$ y la parábola $y=-2x^2-5x+3$. Bosqueje la grñafica correspondiente.
9. Encuentre el volumen del solido de revolución S generado por la rotación de la región delimitada por las curvas $y=x^2$, y por $y=4x-x^2$ alrededor del eje X. Bosqueje la gráfica correspondiente.
10. Mostrar que el volumen de un cono recto de altura H y radio R esta dado por $\frac{1}{3}\pi R^2 H$