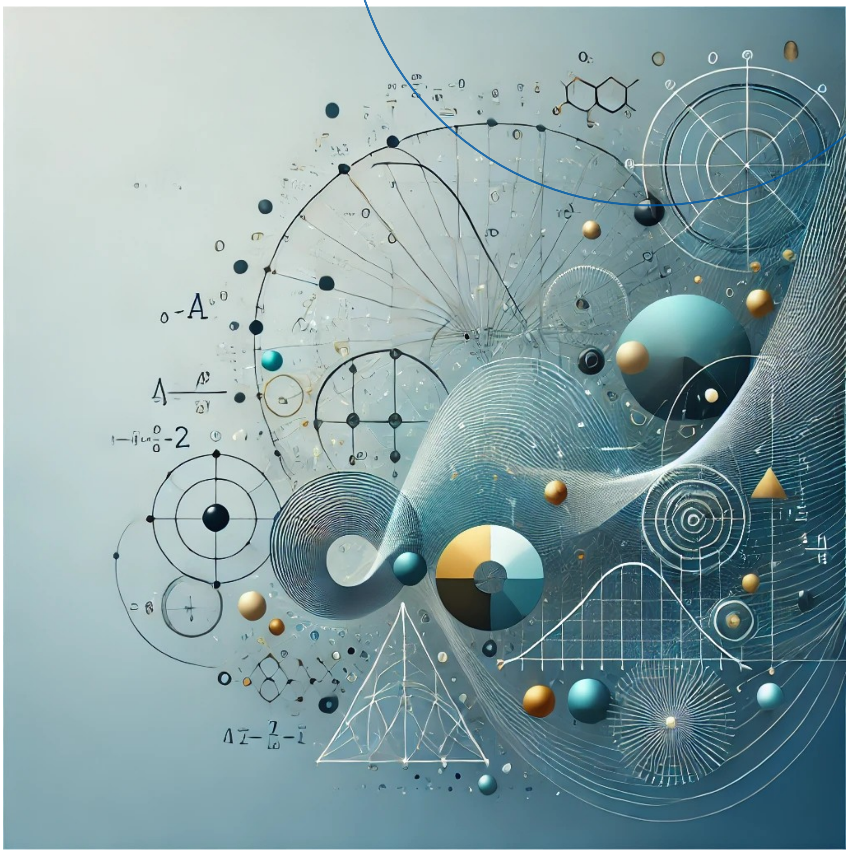
Curso de Matemáticas I

Numeros reales y más



Dr. Juan Carlos Cruz González

Una guía integral para el aprendizaje de este curso.

Índice general

Capítulo 1

Números reales

1.1. Noción básica de la idea de conjuntos

Definicón de conjunto

El concepto de función es muy importante en la matemática, su entendimiento facilita muchas cosas.

Ahora, antes de iniciar este primer capitulo, es necesario recordar algunos significados de ciertos símbolos matemáticos que se usaran en todo el curso:

- $=$ significa: «igual a».
- $\neq$ significa: «diferente a» o «no es igual a».
- $\approx$ significa: «aproximadamente igual a».
- Dos puntos (:) o una barra vertical (|) se usan para decir: «tal que» o «tales que». Así mismo *t.q.* significa lo mismo («tal que» o «tales que»)
- *i.e.* o *e.d.* significa: «es decir».
- $\in$ significa: «pertenece a».
- $\notin$ significa: «no pertenece a».

Definición de conjuntos y ejemplos

Definición 1.1.1. *Un* ***conjunto*** *es una colección de objetos.*

Si pensemos en alguna analogía del concepto de conjunto sobre el mundo físico, sería algo así como un contenedor de objetos o una bolsa que contiene ciertos objetos. Ahora, al considerar un conjunto, se nos viene a la mente los miembros o elementos que lo constituyen (que están dentro de), de tal forma que desde el inicio hay una relaciÓn entre los elementos y los conjuntos, a saber, un elemento estar dentro o no de un conjunto dado. Para denotar esto, es necesario introducir notación matemática.

Se usan las llaves:{} para denotar a los conjuntos y dentro de dichas llaves escribimos los elementos que están dentro de este conjunto o escribimos los elementos que cumplen alguna propiedad. Consideremos los siguientes ejemplos para su mayor entendimiento.

■ **Ejemplo 1.1.2.** *El conjunto de las vocales, se puede escribir de dos maneras diferentes y son:*

- $\{x : x \text{ es una vocal}\}$
- $\{a, e, i, o, u\}$

En el ejemplo previo, ambos hacen referencia al mismo conjunto, pero escrito de diferente manera, en una las enlistan completamente y en la otra considera los elementos que cumplen la condición (o propiedad) que sean una vocal.

■ **Ejemplo 1.1.3.** *El conjunto de* $\square, \triangle, *$ *se escribe como:*

$$\{\square, \triangle, *\}$$

■ **Ejemplo 1.1.4.** *El conjunto de los numeros* $1, \pi, e, \sqrt{7}, -\frac{1}{2}$ *se escribe como:*

$$\left\{1, \pi, e, \sqrt{7}, -\frac{1}{2}\right\}$$

Ahora, estar escribiendo las llaves y los elementos un conjunto tiene dentro se vuelve complicado. imagina que estemos trabajando una y otra vez con el mismo conjunto y tengamos que escribir todos cada que lo mencionamos, se volvería tedioso y cansado, es por ello que se prefiere darles nombres(bautizar a los conjuntos) y por lo general usamos las letras mayúsculas del abecedario: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$, por ejemplo, sea $A = \{\pi, e\}$, entonces a dicho conjunto ya lo podemos identificar como A, así, cada que nos refiramos al conjunto A sabemos que se refiere al conjunto que tiene los elementos π, e sin necesidad de volver a escribirlos todos. Ahora, existen conjuntos bien conocidos de su curso de Álgebra I y son los siguientes:

- El conjunto de números naturales cuya representación es $\mathbb{N}$. Sin embargo, existe una controversia aquí y es si el cero se considera número natural o no, la respuesta a está incognita es lo que te digan que es, pues hay quienes lo consideran natural y quienes no, en otras palabra, dependerá de quien aborde el tema, para evitar controversias con eso usaremos las siguientes notaciones:
  - $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ (No incluye al cero)
  - $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ (Incluye al cero)
- Los números enteros: $\mathbb{Z} := \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.
- Los racionales: $\mathbb{Q} := \left\{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ con } b \neq 0\right\}$. Estos números tienen la particularidad que al escribirlos en su expansión decimal son finitos o infinitos pero periódicos.
- Hay números cuya expansión en punto decimal son infinitos y sin periodo (patrón). A estos números se les llaman números irracionales. Es decir, los números que no son racionales se llaman irracionales y se denotan como $\mathbb{I}$. Ejemplos de estos número son: π, e, $\sqrt{p}$ con p número primo.
- Finalmente, los números reales que cotejan todos los números que conocemos a nivel básico y se denotan como $\mathbb{R}$.

Con base en el conocimiento previo de Álgebra I, se sabe que todo número natural es entero, todo entero es racional y todo racional es real. Entonces de alguna manera necesitamos introducir un concepto que nos indique cuando todos los elementos de un conjunto están en otro.

Definición 1.1.5. *Dados A y B conjuntos. Diremos que A está contenido en B, si todos los elementos de A están en B y se denota como: $A \subseteq B$. En símbolos,*

$$A \subseteq B \text{ si y solo si para cada } x \in A, x \in B$$

■ **Ejemplo 1.1.6.** $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ *y* $\mathbb{I} \subseteq \mathbb{R}$

Definición 1.1.7. *Dos conjuntos A y B son inguales si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Operaciones en conjuntos

Dado 2 conjuntos X, Y, ¿Como genero otros a partir de ellos? Si bien hay mcuhas maneras de hacerlos veremos unicamente algunas operaciones importante de esto.

Definición 1.1.8 (Union de conjuntos). *Dados A y B conjuntos, se define la unión de A con B como la colección de elementos de A junto con los de B y se denota como $A \cup B$. En símbolos,*

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}.$$

1.2. Números naturales

1.3. Nùmeros enteros

1.4. Números racionales

1.5. Numeros reales

Capítulo 2

Operatividad Algebraica

2.1. Introducción al lenguaje algebraico

2.2. Conceptos fundamentales

2.3. Reducción de términos semejantes

2.4. Operaciones con polinomios

Capítulo 3

Ecuación lineal y sistemas de ecuaciones

3.1. Conceptos básicos

3.2. Resolución de ecuaciones con coeficiente literal

3.3. Sistemas de ecuaciones lineales

3.4. Problemas de aplicación

Capítulo 4

Conceptos básicos de geometría euclideana

4.1. Conceptos fundamentales

4.2. Ángulos

4.3. Paralelismo y perpendicularidad

4.4. Triángulos