

## Limites

1. Calcule los siguientes limites en caso de que existan:

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \text{ donde } f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

$$iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x - 2| - 2}{x}$$

$$v) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}}{x - 2}$$

2. Encuentre el valor de  $k$  para el cual el  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  existe donde:

$$i) x_0 = 2, f(x) = \begin{cases} k - x & \text{si } x < 2 \\ x + 2k & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

$$ii) x_0 = 1, f(x) = \begin{cases} k - x & \text{si } x \leq 1 \\ \sqrt[3]{x} - k & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

$$iii) x_0 = -2, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{si } x < -2 \\ 3x^2 - k^2 & \text{si } x \geq -2. \end{cases}$$

3. Calcule los siguientes limites.

$$i) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{8x^3 + 1}{2x + 1}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[5]{x} - 1}$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x + 1}$$

$$iv) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x - 1} - \frac{1}{x(x - 1)} \right)$$

$$v) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$$

4. Calcule el limite si existe y si no existe justifiquelo.

$$i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x}}$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^3 - x}{x^2 - 1}}$$

$$iv) \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x}{x - 3} - \frac{6x}{x^2 - 9} \right)$$

5. Calcule el límite.

$$i) \lim_{x \rightarrow 3} f(x), \text{ para } f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \neq 3 \\ 2 & \text{si } x = 3. \end{cases}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 0} g(x), \text{ para } g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4-x}-2}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow -2} h(x), \text{ para } h(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-6}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ 2x-3 & \text{si } x \geq -2. \end{cases}$$

$$iv) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x+3|-3}{x}$$

$$v) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \text{ para } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2-x} & \text{si } x < 2 \\ x-4 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

6. Encuentre un número  $x_0$  y dos funciones  $f$  y  $g$  para las cuales  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  no existan pero que  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$  exista.
7. Encuentre un número  $x_0$  y dos funciones  $f$  y  $g$  para las cuales  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  no existan pero que  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$  exista.
8. Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L_1$  y  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = L$ , ¿existirá  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ?
9. Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L_1$  y  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  no existe, ¿existe  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$ ?