

i. Límites al infinito**ii. Asíntotas horizontales y oblicuas****iii. Límites infinitos**

1. Calcule el límite al infinito.

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^3 + x} \dots$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3 + 1}$.
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{|x| + 1}$.
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 + x} - \sqrt{x}$.
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 1}{\sqrt{3x^2 - 2}}$.
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.
- g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1 + \sqrt{-x}}$.
- h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} - \frac{8}{x^2} \right)$.
- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{x^4 + 1} - x}{1 - x}$.
- j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-1} \right)$.

2. Encuentre las asíntotas horizontales de la gráfica de cada función, definidas en algún dominio máximo sobre \mathbb{R} y cuyas reglas de correspondencia son:

- a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \dots$
- b) $g(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$.
- c) $h(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.
- d) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4+x}}$.
- f) $g(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.
- g) $h(x) = \frac{1-x^2}{x^2}$.
- h) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$.
- i) $g(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$.

$$j) h(x) = \frac{1}{|x| + 1}.$$

$$k) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

3. Encuentre (justificando todo) las asíntotas oblicuas de la gráfica de cada función, definidas en algún dominio máximo sobre \mathbb{R} y cuyas reglas de correspondencia son:

$$a) f(x) = \frac{x^3 - 3}{x^2}.$$

$$b) g(x) = \frac{x^3 + x}{x^2}.$$

$$c) h(x) = \frac{x}{3} - \frac{2}{x^2}.$$

$$d) f(x) = 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$e) g(x) = \frac{x^{\frac{4}{3}} + 2x^{\frac{2}{3}} - 1}{2x^{\frac{1}{3}}}.$$

4. Usando la definición formal de límite, demuestre cada límite:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2 + 1} = 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

5. Calcule los siguientes límites.

$$a) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1 - x}{1 - \sqrt{2x - x^2}}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x^3 + 1}.$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x^2}{x-1} \right).$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - 3x^2}{x + 1}.$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-1)^3}{2x-4}.$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2 - x} \right).$$

$$i) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x + 1}.$$

$$j) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 + 1).$$

6. Encuentre las asíntotas de cada función (definida en su dominio máximo).

$$a) f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} \dots$$

$$b) g(x) = \frac{1}{x^4} - 1.$$

$$c) h(x) = \frac{x}{x^2 - 4}.$$

$$d) f(x) = \frac{x}{\sqrt{|1 - x^2|}}.$$

$$f) g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x}.$$

$$g) h(x) = \frac{1 - x^2}{x^2}.$$

$$h) f(x) = \frac{(x - 1)^3}{2x - x^2}.$$

$$i) g(x) = \frac{x^2 - 1}{4x - x^3}.$$

$$j) h(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x}}.$$

$$k) f(x) = \sqrt{\frac{x}{4 - x}}.$$

$$l) g(x) = \frac{x}{\sqrt{x - x^3}}$$