Derivada de orden superior

a. Usando todas las reglas de derivación vistas en clase, calcule la primera y segunda derivada de las siguientes funciones:

(1) $f(x) = \frac{x^5}{3} - 8x^3 + 4.$

(2) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - x + \sqrt{x}.$

(3) $h(x) = \sin(x) + \cos(x).$

(4) $f(x) = \frac{e^x}{x} + \frac{1}{x^2}.$

(5) $g(x) = (x+1)(x-1).$

(6) $h(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$

(7) $f(x) = e^{\sin(x)}.$

(8) $g(x) = \frac{3}{4x^2}.$

(9) $h(x) = x^2\sqrt[3]{x}.$

(10) $f(x) = \arcsin(x).$

Derivación implícita

b. Calcular $\frac{dy}{dx}$:

(1) $xy + \cos(y) = \operatorname{sen}(xy).$

(2) $xy = \sin(\sqrt{x+y}).$

(3) $y^{\frac{2}{3}} + \frac{x^3}{3} = \sqrt[3]{xy^4}.$

(4) $y^2 = \begin{cases} 4x^2 - x^4 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ 2x^3 - x^4 & \text{si } 0 < x \leq 2 \end{cases}.$

(5) $y\sqrt{1-x} + x\sqrt{y-1} = 2x^2y.$

(6) $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = 1.$

c. Calcula $\frac{dy}{dx}$ en el punto que se indica.

(1) $xy = 2,\ P = (1,2).$

(2) $(x^2+y^2)^2 = 4xy^2,\ P = (1,1).$

(3) $x^2 - y^2 = xy + 1,\ P = (1,0).$

d. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes y normal a la curva dada en el punto que se indica

(1) $x^2 + xy^3 = 9,\ P = (1,2).$

(2) $x^3y - x^2 - y = 0,\ P = (0,0).$

(3) $x = \arctan\left(e^{\sqrt{y+1}}\right),\ P = (\frac{\pi}{4}, -1).$

(4) $x^3 + y^3 = 7,\ P = (2,-1).$

(5) $\sin\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\pi}{x},\ P = (\pi, 2).$

(6) $x = e^y,\ P = (1,0).$

e. Demuestra que la recta tangente al circulo $x^2 + y^2 = a^2$ es perpendicular al radio en el punto de tangencia.

f. Demuestre que las tangentes en las intersecciones de las curvas

$$4y^2 + 4y - 8x + 1 = 0, 2x^2 + 2y^2 = 1$$

son ortogonales (perpendiculares).