

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Tipo de examen elegido: \_\_\_\_\_

## Instrucciones

El alumno solo puede tener las herramientas suficientes y necesarias para la solución de su examen: lápiz o lapicero, goma, sacapuntas. No se permite por ningún motivo sacar calculadora y mucho menos celular, por lo que se les solicita poner en modo silencio sus dispositivos móviles. Es muy importante seguir las indicaciones del ayudante **Enrique**, pues él tendrá el libre derecho de sancionar según considere si no se acatan estas y las instrucciones que les de en el momento de aplicación.

Finalmente, el examen consta de dos tipos: **Gamma y Alpha**. Usted solo debe elegir uno de estos tipos. El tipo **Gamma** es meramente metódico y requiere únicamente de la aplicación de los conceptos y resultados vistos en clase sobre cosas particulares y el valor de cada ejercicio vale 20%. El tipo **Alpha** es destinado para las personas que optan por profundizar en las matemáticas y es puramente demostrativo consta únicamente de 3 ejercicios cuyo valor es de 30% cada uno y el otro 10% faltante lo obtendrán entregando la solución del examen tipo Gamma en la siguiente clase al profesor (en caso de obtener los tres ejercicios completos tendrán en automático 10, es decir, lo obtenido en la solución de Gamma ya no será sumativa). **Los exámenes de tipo Alpha son los únicos que tendrán opción de reposición.**

## Examen tipo: Gamma

1. Calcule  $\int_0^2 x dx$  como limite de una suma de Riemann de la forma  $\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$ .
2. Calcule el área de la región  $R$  usando la definición vista en clase, es decir, con limites y sumas de Riemann regulares, donde  $R = \{(x, y) : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq |x^2 - 4|\}$ .
3. Exprese como una sola integral la suma:

$$\int_{-2}^{-1} x^2 - \log_{\pi}(x^2 + 1)dx + \int_{-1}^1 x^2 - \log_{\pi}(-x^2 + 3)dx + \int_1^2 x^2 - \log_{\pi}(x^2 + 1)dx.$$

4. Con base en el resultado del ejercicio 2 y el teorema del valor medio para integrales definidas, encuentre el valor  $c \in [-2, 2]$  tales que

$$\int_{-2}^2 |x^2 - 4|dx = |c^2 - 4|(2 - (-2)).$$

5. Use el teorema fundamental del calculo para calcular  $F'(x)$ , donde  $F(x) = \int_2^{x^2} \ln(t)dt$ .

**Examen tipo: Alpha**

1. Si  $f$  y  $g$  son funciones continuas en  $[a, b]$ , entonces

$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$$

2. Sea  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua. Demuestre que existe  $c \in [a, b]$  tal que

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b - a)$$

3. Sea  $f$  una función continua en  $[a, b]$  y considere la función  $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  dado por

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt.$$

Demuestre que  $F$  es derivable en  $[a, b]$  y  $F'(x) = f(x)$  para cada  $x$  en  $[a, b]$ .