

Nombre: _____

Matrícula: _____

Instrucciones

El alumno solo puede tener las herramientas suficientes y necesarias para la solución de su examen: lápiz o lapicero, goma, sacapuntas. No se permite por ningún motivo sacar calculadora y mucho menos celular, por lo que se les solicita poner en modo silencio sus dispositivos móviles. Es muy importante seguir las indicaciones del ayudante **Enrique**, pues él tendrá el libre derecho de sancionar según considere si no se acatan estas y las instrucciones que les de en el momento de aplicación.

Finalmente, elija 4 de los siguientes ejercicios, cada ejercicio vale 25 %.

1. Calcule $\int_0^2 x^2 dx$ como límite de una suma de Riemann de la forma $\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$.

2. Exprese como una sola integral la suma:

$$\int_{-\pi}^0 -\sin(x) dx + \int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

4. Con base en el resultado del ejercicio 1 y el teorema del valor medio para integrales definidas, encuentre el valor $c \in [0, 2]$ tales que

$$\int_0^2 x^2 dx = c^2(2 - 0).$$

5. Use el teorema fundamental del cálculo para calcular $F'(x)$, donde $F(x) = \int_0^{\log_{\pi}(x^2+1)} \cos(t) dt$.

6. Si f es una función continua en $[a, b]$ y $c \in \mathbb{R}$, entonces

$$\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx.$$

7. Sea f una función continua en $[a, b]$. Demuestre que existe $c \in [a, b]$ tal que

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

8. Sea f una función continua en $[a, b]$ y considere la función $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ dado por

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt.$$

Demuestre que F es derivable en $[a, b]$ y $F'(x) = f(x)$ para cada x en $[a, b]$.