

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

1. (2 puntos) Resuelve uno de los siguientes ejercicios:

a) Calcule  $\int_0^5 (x^3 - x)dx$  como límite de una suma de Riemann de la forma  $\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$ .

b) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) + 1 & \text{para } x < 0 \\ 2 - x & \text{para } x \geq 0 \end{cases}, \text{ y evalúe la integral } \int_{-\pi}^2 f(x)dx.$$

2. (2 puntos) Use el teorema fundamental del cálculo para calcular  $F'(x)$ , donde

$$F(x) = \int_1^{\log_{\pi}(x^2+1)} \cos(t)dt.$$

3. (2 puntos) Resuelve uno de los siguientes ejercicios:

a) Demuestre que si  $f$  es una función continua, entonces  $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ .

b) Probar la siguiente expresión

$$\frac{d}{dx} \left( \int_{g(x)}^b f(t)dt \right) = -f(g(x)) \cdot g'(x) \text{ y calcular } \frac{d}{dx} \left( \int_{\cos(x)}^0 \sin^2(t)dt \right).$$

4. (2 puntos) Calcular la longitud de arco de la siguiente curva en el intervalo  $[1, 8]$

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 4.$$

5. (2 puntos) Encuentre el área encerrada por la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .