Recordando lógica básica, conjuntos y funciones

1. Escriba la tabla de verdad del enunciado $P \Rightarrow R$. De tres ejemplos de este tipo de condicional. Escriba una reflexión sobre el porque dicho condicional es verdadero cuando el antecedente es falso (en el fondo quiere decir que cuando P es falso, se puede deducir cualquier cosa), proporcione un ejemplo que muestre que a partir de algo falso se puede deducir algo verdadero.

2. Sean P y Q dos enunciadas matemáticos (proposiciones). Podemos crear los enunciados $P \Rightarrow Q$ y $Q \Rightarrow P$ y con estas dos podemos crear el enunciado: $(P \Rightarrow Q)$ y $(Q \Rightarrow P)$. Proporciones la tabla de verdad del ultimo enunciado. Dicho enunciado se llama **bicondicional** y solemos denotarlo como $P \iff Q$ y le damos lectura como P si y solo si Q.

3. Decimos que dos enunciado P y Q son lógicamente equivalentes si tienen la misma tabla de verdad. Muestre que los enunciados $P \Rightarrow Q$ es lógicamente equivalente a $\neg Q \Rightarrow \neg P$. Esta equivalencia lógica es la que permite hablar de demostraciones por contrapositiva.

4. Si $D = \{x \mid x \text{ es una vocal en la palabra CONJUNTOS}\}$, escribe el conjunto D especificando sus elementos.

5. Sean A, B conjuntos dentro de un conjunto universo X. Demuestre que las siguientes se cumplen:

   a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$,

   b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

   Las anteriores se conocen como leyes de **D'Morgan**.

6. Verifique las leyes de **D' Morgan** para los siguientes conjuntos:

$$A = \{1, 4, 7, 10, 13\}$$
$$B = \{2, 4, 8, 10, 12, 14\}$$
$$X = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 15\}.$$

   Donde X es el conjunto universo.

7. Sean $A = \left\{ \lim_{x \to 0} \dfrac{sen(2x) + sen(3x)}{sen(4x) + sen(5x)}, \lim_{x \to -3} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3} \right\}$ y $B = \{-6, \lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x+11}-4}{x-5}\}$. Encuentre los conjuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A \times B$.

8. Usando los conjuntos del inciso 7 proporcione todas las relaciones de A a B, es decir, los subconjuntos de $A \times B$ y menciones cuales son funciones.

9. Sea $\varphi : \mathbb{R}[x] \longrightarrow \mathbb{R}[x]$ dada por $\varphi(p) = \frac{dp}{dx}$,

   donde $\mathbb{R}[x] = \{p : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : p \text{ es un polinomio de una variable (como función)}\}$. Responda las preguntas, ¿φ es función? En caso de ser afirmativa, responda ¿es inyectiva? ¿Es sobre?

10. Demuestre que las función $[0, \infty) \ni x \overset{f}{\mapsto} x^2 \in [0, \infty)$ es biyectiva, ¿quien es su inversa?

11. Demuestre que las función $(-\infty, 0] \ni x \overset{g}{\mapsto} x^2 \in [0, \infty)$ es biyectiva, ¿quien es su inversa?

12. ¿Por qué en la ecuación general (chicharonera) aparece el símbolo $\pm$ (más-menos)?

13. Demuestre que la función $\mathbb{R} \ni x \xmapsto{|\Box|} |x| \in \mathbb{R}$ es igual a la función $\mathbb{R} \ni x \overset{f}{\mapsto} \sqrt{x^2} \in \mathbb{R}$