

## Propiedades de la integral definida

1. Aplique las propiedades de la integral indefinida y del hecho de que  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$  y  $\int_{-1}^1 x dx = 0$  calcule las siguientes integrales:

a)  $\int_{-1}^1 x^{-2}(x^4 + x^3 - 5x^2) dx$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{4}(x-1)(x+1) dx$

2. Determine un intervalo cerrado que contenga el valor de la integral que se indica y se aproxime a dicho valor:

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 3 \sin(2x) dx$

b)  $\int_2^3 -5 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx$

c)  $\int_1^{\sqrt{5}} (1 + \sqrt{x^2 - 1}) dx$

d)  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x^4 - 2x^2 + 1) dx$

3. Considere la función  $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 + \sqrt{4x - x^2 - 3} & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ 4 - x & \text{si } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Evalúe la suma:

$$\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx.$$

4. Muestre que  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(x) dx \leq \frac{\pi}{2}$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

5. Exprese como una sola integral la suma:

$$2 \int_{-2}^{-1} x^2 - \log_{\pi}(x^2 + 1) + \int_{-1}^1 x^2 - \log_{\pi}(-x^2 - 3).$$

## Teorema del valor medio para integrales definidas

5. Determinar el valor  $c$  del teorema del valor medio vista en clase para la integral que se indica:

a)  $\int_{-1}^1 (x-1)^2 dx$

b)  $\int_{-2}^0 |x| dx$

6. Aplique el teorema del valor medio para integrales definidas y demuestre la desigualdad que se indica.

a)  $\int_0^2 (x^2 - 2|x|) dx \geq -2$

b)  $\int_{-2}^{\frac{6}{5}} \frac{x^3}{1-x^2} dx \geq \frac{6\sqrt{3}}{5}$ .

7. Si  $\int_a^b f(x) dx = 0$  con  $a < b$ , demuestre que al menos un punto  $c$  en  $[a, b]$  tal que  $f(c) = 0$ .

## Teorema fundamental del cálculo

a) Calcule la derivada de la siguiente función  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$F(x) = \int_0^{\log_{\pi}(x^2+1)} \frac{t^3}{1+t^2} dt$$

b) Calcule la derivada de la siguiente función  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$F(x) = \int_{-3}^{\sinh(\log_e(x^4+\pi))} \cos(t) dt$$

c) Calcule la derivada de la siguiente función  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$F(x) = \int_{-10}^{\cos(x)} 1-t^2 dt$$