Funciones hiperbólicas e integración por partes

1. Calcule las integrales que se indican.

   a. $\int \coth(x)dx$.
   b. $\int \mathrm{senh}(x)dx$.
   c. $\int \frac{\mathrm{senh}(2x)}{1+\cosh(x)}dx$.
   d. $\int \frac{1}{1-\tanh^2(x)}dx$.
   e. $\int \frac{1+\tanh^2(x)}{1-\tanh^2(x)}dx$.

2. Derive las siguientes:

   a. $f(x) = \displaystyle\int_0^{\sinh^{-1}(x)} \sinh(t)dt$.
   b. $f(x) = \displaystyle\int_0^{\tanh^{-1}(x)} e^{2t}dt$.
   c. $f(x) = \displaystyle\int_0^{\cosh^{-1}(x)} \ln(1+t^2)dt$.

3. Calcule la integral que se indica.

   a) $\int x\ln(x)dx$.
   b) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)dx$.
   c) $\int e^x\sin(x)dx$.
   d) $\int x\cot(x)\csc(x)dx$.
   e) $\int \arctan(x)dx$.
   f) $\int \frac{x}{\sin^2(3x)}dx$.
   g) $\int \frac{\ln(x)}{x^2}dx$.
   h) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$.
   i) $\int x\tan(x)\sec(x)dx$.
   j) $\int xe^{2x}dx$.
   k) $\int x\sin\left(\frac{x}{4}\right)dx$.
   l) $\int \frac{\arccos(x)}{\sqrt{1+x}}dx$.
   m) $\int x\sec^2(x)dx$.
   n) $\int x^{-3}\ln(x)dx$.
   o) $\int x^3e^{x^2}dx$.
   p) $\int \cos(x)e^xdx$.
   q) $\int \cos^2(x)e^{2x}dx$.
   r) $\int x\cos(x^2)\sin^2(x^2)dx$.
   s) $\int \frac{x\arcsin(x)}{\sqrt{1-x}}dx$.

t) $\int \ln(\sqrt{x+1})dx$.

4. Si n es un entero positivo, demuestre que

$$\int \sin^n(x)dx = -\frac{\sin^{n-1}(x)\cos(x)}{n} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}(x)dx.$$

5. Demuestre que

$$\int x^n \ln(x) = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\ln(x) - \frac{1}{n+1}\right) + c & \text{si } n \neq -1 \\ \frac{1}{2}\ln^2(x) + c & \text{si } n = -1 \end{cases}$$

6. Si n es un entero positivo mayor que 1, demuestre que

$$\int \tan^n(x)dx = \frac{1}{n-1}\tan^{n-1}(x) - \int \tan^{n-2}(x)dx.$$

7. Demuestre que

$$\int x^k e^x dx = x^k e^x - k\int x^{k-1}e^x$$

8. Si n es un entero positivo mayor que 1, demuestre que

$$\int \sec^n(x)dx = \frac{\tan(x)\sec^{n-2}(x)}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2}(x)dx.$$