

### Áreas de regiones planas y longitud de arco

a. Representa gráficamente la región limitada por las curvas que se indican y calcule su área.

- |                                                            |                                                                        |
|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| (1) $y = x^2 + x, y = 1 - x.$                              | (2) $y = x^2 + x, y = 1 - x^2.$                                        |
| (3) $y = 2x^2 - x - 2, y = 2 + 5x - 2x^2.$                 | (4) $x = y^2 - 1, y - x + 1 = 0.$                                      |
| (5) $x = y^2 - y, x = 1 - y^2.$                            | (6) $y^2 - y = x, 2y - x + 4.$                                         |
| (7) $x + 6 = y^3 + y^2 - 7y, 2y - x + 3 = 0.$              | (8) $x + 1 = y^3 + 3y^2, y - x + 2 = 0.$                               |
| (9) $x = -y + 4y^2 - y^3, x = 5y - y^2.$                   | (10) $3y^3 - 12y^2 + 15y - x + 5 = 0, 5y^2 - 3y - x - 3 = 0.$          |
| (11) $x = -10y^2 - 3y^3, x - y + 6 = 0.$                   | (12) $y = \frac{1}{4\sqrt{1-x^2}}, \frac{x^4}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}.$ |
| (13) $y = \frac{-1}{4(x-1)}, y = \frac{3x+2}{4(x^2+x+1)}.$ |                                                                        |

b. Represente gráficamente la región que se indica y calcule su área.

- |                                                              |                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| (1) $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}.$   | (2) $R = \{(x, y) : y^2 - 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}.$                   |
| (3) $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}.$   | (4) $R = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{1}{x}\}.$               |
| (5) $R = \{(x, y) :  x  +  y  \leq 1\}.$                     | (6) $R = \{(x, y) : \sin(y) \leq x \leq \cos(y), 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}.$ |
| (7) $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2 - y, 0 \leq y \leq 2\}.$ |                                                                                  |

c. Demuestre que el área de la elipse cuyos semiejes miden  $a$  y  $b$  es igual a  $\pi ab$ .

d. Calcule el área de la región limitada por las curvas  $y = \sin(x)$  y  $y = \cos(x)$  entre las rectas  $x = \frac{\pi}{4}$  y  $x = \frac{9\pi}{4}$ .

e. Calcule el área de la región limitada por las curvas  $y = x^3 - x^2 - 2x$  y  $y = 2x - x^2$ .

f. Calcule la longitud de arco de la curva  $y = \frac{x^2}{2}$ , desde el origen hasta el punto  $(\sqrt{2}, 1)$ .

g. Calcule la longitud de arco de la curva  $y = \frac{1}{3}(2 + x^2)^{\frac{3}{2}}$ , desde el punto  $(0, \frac{2\sqrt{2}}{3})$  hasta el punto  $(\sqrt{2}, \frac{8}{3})$ .

h. Calcule la longitud de arco de la curva  $y = \ln(\sec(x))$  entre 0 y  $\frac{\pi}{2}$ .

i. Calcule la longitud de arco de la curva  $e^y = 1 - x^2$  entre 0 y  $\frac{\pi}{2}$ .

j. Calcule la longitud de arco de la gráfica de  $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cos(2t)} dt$  entre 0 y  $\frac{\pi}{2}$ .

k. Calcule la longitud de arco de la gráfica de  $f(x) = \int_0^x \sqrt{\sin(t)} dt$  entre 0 y  $\frac{\pi}{4}$ .

l. Calcule la longitud de arco de la curva

$$y = \frac{1}{3}(2x - 1)^{\frac{3}{2}}$$

desde el punto  $(1, 0)$  hasta el punto  $(2, \frac{1}{3})$ .

m. Calcule la longitud de arco de la curva

$$9y^2 - 8x^3 - 4\sqrt{2}x^{\frac{3}{2}},$$

desde  $x = 0$  hasta  $x = 1$ .

n. Calcule la longitud de arco de la curva

$$x^3 - 3x^2 - 9y^2 + 3x + 6y = 2,$$

entre  $x = 1$  y  $x = 2$ .

o. Calcule la longitud de arco de la curva  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  desde el punto  $(0, 1)$  hasta el punto  $(1, 0)$