Nombre: ____

Matrícula: ________________________

Indicaciones: El alumno solo puede tener las herramientas suficientes y necesarias para la solución de su examen: lápiz o lapicero, goma, sacapuntas. No se permite por ningún motivo sacar calculadora y mucho menos celular, por lo que se les solicita poner en modo silencio sus dispositivos móviles. Es muy importante seguir las indicaciones del profesor-ayudante **Armando**, pues él tendrá el libre derecho de sancionar según consideré si no se acatan estas y las instrucciones que les de en el momento de aplicación.

Cada ejercicio tiene un valor del 20 % del examen y toda solución debe estar fundamentada.

1. Sea $b \in \mathbb{R}$. Considere la parábola $\mathcal{P}$ con directriz $\mathcal{L} : x = a$ y foco $F = (x_0, y_0)$.
   - Encuentre el vértice $V = (h, k)$ de P, dando el valor de h y k.
   - Proporcione la ecuación de la parábola P en términos de h, k y p donde p es la distancia entre el vértice y el foco.
   - Grafique $\mathcal{P}$.
2. Para la siguiente asignación (en $\mathbb{R}$): $\dfrac{\frac{1}{3}x - 1}{3x - \frac{2}{3}}$, proporciona la función correspondiente dando dominio máximo, codominio igual a $\mathbb{R}$ y regla de correspondencia la asignación dada. Después, gráfique dando las asíntotas horizontales y verticales. Recuerde tabular en al menos 6 valores adecuados.
3. Considere la función $f : (0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_2\left(\pi + \sqrt{3}e^{cx}\right)$. Proporcione 5 funciones g_1, g_2, g_3, g_4 y g_5 (una de ellas debe ser la exponencial y otro el logaritmo con base 2) tal que $f = g_5 \circ g_4 \circ g_3 \circ g_2 \circ g_1$ (se vió en clase).
4. Muestre la veracidad de la siguiente propiedad de los logaritmos: Para $M \in (0, \infty)$, $b \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ y $p \in \mathbb{R}$ muestre que se cumple:
$$\log_b(M^p) = p \log_b(M).$$
5. El crecimiento de poblaciones se puede explicar con la diferencia que existe entre los nacimientos y defunciones. Si inicialmente se parte de una población P_0, la cual muestra un índice de crecimiento como la ecuación que se muestra a continuación:
$$P = P_0(i + t)^t$$
   Dónde:

   P es la población al tiempo t (en años).

   P_0 es la población original.

   i es el índice de crecimiento.

   Según SEDUE, una ciudad esta definida por al menos medio millón de personas. Si en cierta localidad existen 800 personas (sin importar su origen), ¿en que momento esta localidad alcanzará la definición de ciudad, pensando que tiene un índice de crecimiento de 3 %?