

Tarea 5. Funciones 1.

1. Proporciona el conjunto solución de las siguientes desigualdades (señalándolo gráficamente):

i) $3x - 2y < 6$.

ii) $2x + 5y \leq 10$.

iii) $-4x + 3y > 12$.

iv) $x - 2y \leq 8$.

v) $2x + 3y \geq 5$.

2. Resuelva las siguientes desigualdades lineales dando su intervalo de solución.

i) $2x - 5 > 7$.

ii) $3x + 4 \leq 2x - 1$.

iii) $3x + 1$.

iv) $4x + 7 < 3x + 9$.

v) $2x - 3 \geq 4x + 1$.

3. Resuelve las siguientes desigualdades Cuadráticas dando su conjunto solución.

i) $x^2 - 3x - 10 > 0$.

ii) $x^2 + 4x + 3 < 0$.

iii) $3x^2 - 2x - 5 \geq 0$.

iv) $-2x^2 + 4x - 1 > 0$.

v) $x^2 + 6x + 9 \leq 0$.

4. Resuelve los siguientes problemas de igualdades y desigualdades con valor absoluto.

i) $|3x - 1| = 5$.

ii) $|2x + 3| = 7$.

iii) $|4x - 2| < 10$.

iv) $|x + 1| \geq 3$.

v) $|2x - 5| \leq 8$.

vi) $x^2 - |6x + 9| \leq 0$.

vii) $2x^2 - |5x + 2| < 0$.

viii) $x^2 - |8x - 20| > 0$.

ix) $3x^2 - 7x + 2 + |x + 1| \geq 0$.

x) $x^2 - 4x + 4 - |x - 1| > 16$.

5. ¿Cuál es la diferencia entre los conceptos de «relación» y «función»?

6. Obtenga, todas las relaciones de $A = \{-1, 1\}$ a $B = \{\pi, e\}$ y determina cuales son funciones.

7. Dados los conjuntos $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3x - 4 = 0\}$ y $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, determine todas las relaciones entre E y F y diga cuales son funciones.

8. Para cada una de las siguientes relaciones a trozos, determina si representa una función o no.

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 0 \\ 2x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

¿Es f una función?

2. Sea $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por:

$$g(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \text{ es impar} \\ 2x - 2 & \text{si } x \text{ es par} \end{cases}$$

¿Es g una función?

3. Sea $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

¿Es h una función?

4. Sea $k : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$k(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^3 & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

¿Es k una función?

5. Sea $m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$m(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

¿Es m una función?

9. Para cada una de las siguientes parejas de funciones, determina si son iguales o no.

1. $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ y $g(x) = x(2x + 3) + 1$

2. $h, k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ y $k(x) = |x|$

3. $m, n : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $m(x) = \frac{x^2+1}{x}$ y $n(x) = x + \frac{1}{x}$

10. Para cada una de las siguientes expresiones, determina la función resultante.

1. Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = 2x - 5$. Encuentra $f + g$.

2. Sean $h, k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $h(x) = x^2 + 1$ y $k(x) = x^2 - 3x$. Encuentra $h + k$.

3. Sean $m, n : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $m(x) = \frac{1}{x}$ y $n(x) = \frac{2}{x}$. Encuentra $m + n$.

4. Sean $p, q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $p(x) = x^3$ y $q(x) = x^2$. Encuentra $p + q$.

5. Sean $r, s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $r(x) = 2x$ y $s(x) = 3$. Encuentra $r + s$.